

1. 次の変微分方程式を解け。
(境界値・初期値問題)

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} \quad (0 < x < 1, 0 < t < \infty) \\u(t, 0) &= 0 \quad (0 < t < \infty) \\u(t, 1) &= 0 \\u(0, x) &= x^2(1-x) \quad (0 \leq x \leq 1)\end{aligned}$$

2. 次の 3 問から 1 問選択して答えよ。
(a) 非同次方程式

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + \sin \pi 2x \quad (0 < x < 1, 0 < t < \infty) \\u(t, 0) &= 0, u(t, 1) = 0 \\u(0, x) &= 1 \quad (0 \leq x \leq 1)\end{aligned}$$

- (b) 有限な弦の振動の方程式

$$\begin{aligned}u_{tt} &= \alpha^2 u_{xx} \quad (0 < x < 1, 0 < t < \infty) \\u(t, 0) &= u(t, 1) = 0 \\u(0, x) &= \sin(\pi x) + 0.5 \sin(3\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1) \\u_t(0, x) &= 0\end{aligned}$$

- (c) Dirichlet 問題

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 \quad (0 < \gamma < 1) \\u(1, \theta) &= \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)\end{aligned}$$